

L3_Poznamky_a_doplňky

sobota 24. října 2020

12:18

1. Uvažujme zobrazení $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$,
 $a \in \mathcal{D}_F$. Jestliže $1 \leq i \leq m$,
 pak uvažujme projekci $\pi^i: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$
 na i -tý souřadnici:

$$\pi_i(x) = x_i, \text{ kde } x = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_m)' \in \mathbb{R}^m.$$

Pak je funkce $F_i: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$
 definovaná předpisem:

$$F_i(x) = (\pi_i \circ F)(x) = \pi_i(F(x))$$

nazýváme i -tý komponentou
 zobrazení F .

Naopak, máme-li dano m skalárních
 funkcí $F_i: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $i=1, \dots, m$
 a pokud $\mathcal{D} = \bigcap_{i=1}^m \mathcal{D}_{F_i} \neq \emptyset$, pak lze

definovat zobrazení $F: \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{R}^m$
 předpisem: $F(x) = (F_1(x), \dots, F_m(x)) \in \mathbb{R}^m$.

Nyní lze ukázat, že $\forall 1 \leq i \leq m$ je
 F_i i -tý komponentou zobrazení
 F . Dále je možné ukázat, že
 zobrazení $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ je jedno-
 značně určeno svými komponentami.

To znamená, že jsou-li F a G
 dvě zobrazení z $\mathbb{R}^n$ do $\mathbb{R}^m$ a
 takové, že obě mají stejné kompo-
 nenty $K_1, \dots, K_m$, pak $F \equiv G$.

Jestliže $F_1, \dots, F_m$ jsou komponenta-
 mi zobrazení F z prostoru $\mathbb{R}^n$ do
 prostoru $\mathbb{R}^m$, pak toto napíšeme takto:
 $F = (F_1, \dots, F_m)$.

Cvičení 1. Necht' $L: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$.

Ukažte, že jestliže $L = (L_1, \dots, L_m)$,
 pak L je lineárním zobrazením,
 právě když je každá komponenta
 L_i , $1 \leq i \leq m$ lineárním zobraze-
 ním.

Cvičení 2. Necht' $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, $a \in \mathcal{D}_F$,
 $v \in \mathbb{R}^n$. Ukažte, že smířová
 derivace $\mathcal{D}_v F(a)$ existuje, právě když
 existují smířové derivace $\mathcal{D}_v F_i(a)$, $\forall i \in \{1, \dots, m\}$.

Pak platí: $\mathcal{D}_v F(a) = (\mathcal{D}_v F_1(a), \dots, \mathcal{D}_v F_m(a))$.